

FERTILITE NATURELLE DU SOL ET EFFICACITE DES ENGRAIS

ROLE ET IMPORTANCE DES PARAMETRES POUR L'INTERPRETATION DES RESULTATS SUIVANT LA METHODE DE REGRESSION

G. BRYSSINE

SOMMAIRE

Coefficient de régression b

Effet spécifique des engrais — Paramètre a

Valeur limite L

Application de l'interprétation des résultats expérimentaux

Après avoir proposé dans la précédente note (1) de nouvelles bases pour l'interprétation des données expérimentales en matière de fertilisation, en utilisant les accroissements (positifs ou négatifs) des rendements sous l'effet des engrais au lieu des rendements eux-mêmes, d'une part, et l'étude de la corrélation entre l'accroissement des rendements et la fertilité naturelle des sols, d'autre part, nous avons entrepris la révision systématique des résultats obtenus depuis une dizaine d'années dans les stations expérimentales de Fès, de Boulaouane, d'Ellouizia et de Sidi-Slimane. Cette étude nous a permis de compléter nos considérations théoriques, d'expliquer certains faits observés et de déterminer le rôle de différents paramètres de l'équation de régression dans la précision des résultats.

Afin de montrer l'importance des paramètres de l'équation de régression, pour l'interprétation correcte des données expérimentales, nous avons chiffré quelques exemples théoriques : leur valeur est uniquement démonstrative.

COEFFICIENT DE REGRESSION b

La fonction de régression traduit l'accroissement des rendements sous l'effet des engrais en fonction de la fertilité naturelle des sols, cette dernière étant représentée par les rendements des cultures sans engrais. Cette fonction de régression est toujours décroissante et de forme :

$$y = a - bx,$$

même si elle est peu ou non significative. Quelques cas non significatifs font exception. C'est ainsi que le dépouillement des données de la station de Fès nous a donné, sur 278 résultats calculés, 253 valeurs de b négatives et, dans la majorité des cas, hautement significatives. Par contre on n'obtenait que 25 valeurs positives et d'ailleurs non significatives.

On peut donc considérer cette fonction de régression comme l'expression mathématique de la loi générale qui régit l'effet des engrais sur les rendements des cultures.

Cette loi générale peut être formulée de la manière suivante : *l'effet des engrais est en relation avec la fertilité naturelle des sols.*

Dans cette fonction,

$$y = a - bx,$$

le coefficient de régression « b » peut prendre théoriquement plusieurs valeurs :

$$\begin{aligned} b &> 1 \\ b &= 1 \\ b &< 1 \end{aligned}$$

Ces différentes classes des valeurs du coefficient de régression « b » influent à leur tour sur les caractères de l'équation :

$$y_1 = a + (1-b)x$$

qui traduit non plus l'accroissement des rendements, mais les valeurs mêmes des récoltes des cultures traitées en fonction de la fertilité naturelle des sols. Dans la pratique, on les observe couramment.

Pour illustrer cet exposé, nous avons construit des graphiques théoriques en choisissant quelques valeurs de b : 0,5 1,0 et 2,0 (voir TABLEAU I et GRAPHIQUE Ia et Ib). Dans cet exemple, la valeur-limite L a été prise, égale à 20 q/ha.

1^{er} cas: b supérieur à 1

L'équation précédente :

$$y_1 = a + (1-b)x$$

devient :

$$y_1 = a - cx \quad (\text{où } c = b - 1)$$

Elle est décroissante avec des valeurs du paramètre « a » supérieures aux valeurs de la limite L , c'est-à-dire que les valeurs absolues des récoltes résultant de l'application des engrais diminuent de « a » à L quand la fertilité naturelle des sols varie de 0 à L . Dans l'exemple choisi, elles passent de

50 à 20 q/ha (voir TABLEAU I, première rangée). Ceci veut dire que les rendements obtenus grâce à l'emploi des engrais seront plus élevés et plus spectaculaires dans les sols pauvres (pour une culture donnée) que dans les sols riches.

Au-delà de la valeur limite L l'effet des engrais devient *rapidement* dépressif.

2° cas: b égal à 1

L'équation des rendements des cultures :

$$y_1 = a + (1 - b)x$$

devient alors :

$$y_1 = a$$

Il résulte de cette équation que l'apport des engrais amènera les rendements des cultures à une certaine valeur, égale à « a », quel que soit le degré de fertilité naturelle des sols. Les valeurs de « a » seront égales aux valeurs de L, car dans ce cas

$$L = \frac{a}{b} = \frac{a}{1} = a \text{ (voir TABLEAU, rangée 2)}$$

L'effet dépressif des engrais (au-delà des valeurs de L) sera moins *important* que dans le cas précédent.

3° cas: b inférieur à 1

Dans ce cas, l'équation des rendements devient :

$$y_1 = a + cx \quad (\text{où } c = 1 - b)$$

L'équation est alors croissante et les rendements des parcelles traitées augmenteront positivement de « a » à L (dans notre exemple de 15 à 20 — voir TABLEAU I, rangée 3) au fur et à mesure de l'accroissement de la fertilité naturelle des sols. L'effet dépressif des engrais sera nettement *atténué* dans ce cas.

EFFET SPECIFIQUE DES ENGRAIS — PARAMETRE a

La pratique de l'interprétation des résultats expérimentaux par la méthode de régression montre que les valeurs du paramètre « a » sont très variables d'un essai à l'autre et même dans le cadre d'un même essai. Or les valeurs de « a » dépendent des valeurs de :

$$X = \frac{Sx}{n} \quad \text{et} \quad Y = \frac{Sy}{n}$$

où X et Y sont les moyennes arithmétiques des variables x (fertilité natu-

relle des sols) et y (accroissement des rendements) observés. Cette relation entre « a », X et Y peut être représentée sous forme d'une équation :

$$a = Y - (\pm b)X \quad (\text{voir annexe})$$

Dans le cas de la fertilisation, les valeurs de X (rendements moyens des parcelles témoins) sont généralement très élevées par rapport aux valeurs de Y (accroissements positifs ou négatifs moyens observés). De ce fait les valeurs de « a » sont fortement influencées par les valeurs du coefficient de régression « b », surtout si celles-ci sont très différentes de 1.

Ainsi, par exemple, si $Y = 4$ et $X = 36$ et si les valeurs du coefficient « b » passent successivement de 0,5 à 2,0 (0,5 1,0 2,0), le paramètre « a » prendra respectivement les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} a &= 4 + 36 \times 0,5 = 4 + 18 = 22 \\ a &= 4 + 36 \times 1,0 = 4 + 36 = 40 \\ a &= 4 + 36 \times 2,0 = 4 + 72 = 76 \end{aligned}$$

Il en résulte qu'au fur et à mesure de l'accroissement des valeurs de « b » de 0,5 à 2,0 (4 fois dans notre exemple), le paramètre « a » augmente respectivement de 22 à 76 (soit 3,45 fois).

Il faut remarquer aussi que les valeurs du paramètre « a » sont influencées par celles de la valeur limite L , car

$$a = L \cdot \text{tg } b \quad (\text{voir GRAPHIQUE II})$$

Ainsi par exemple,

$$\begin{aligned} \text{si } b = 1 \text{ et } L = 10, & \quad a = 10 \cdot \text{tg } 1 = 10 \\ b = 1 \text{ et } L = 20, & \quad a = 20 \cdot \text{tg } 1 = 20 \end{aligned}$$

VALEUR LIMITE L

Les valeurs de la limite L , pour un sol donné et le type d'essai donné, sont, par contre, assez proches les unes des autres. Or, la relation entre X , Y et L peut être représentée par l'équation :

$$L = X - \frac{Y}{\pm b} \quad (\text{voir annexe}).$$

Il en résulte que les valeurs de Y étant relativement faibles (dans le cas de la fertilisation) par rapport à celles de X , les variations des valeurs de L en fonction des variations des valeurs de « b » sont moins importantes que celles de « a ».

Si on prend le même exemple que pour le paramètre « a », on obtient successivement les valeurs suivantes de « L » :

$$L = 36 + 4/0,5 = 36 + 8 = 44;$$

$$L = 36 + 4/1,0 = 36 + 4 = 40;$$

$$L = 36 + 4/2,0 = 36 + 2 = 38.$$

On remarque que la diminution des valeurs absolues du coefficient « b » provoque l'augmentation des valeurs de la limite L.

Dans cet exemple, les variations du coefficient « b » de 0,5 à 2,0 (soit 4 fois) ont provoqué une légère diminution des valeurs de L, de 44 à 38 (soit 1,16 fois seulement).

APPLICATION A L'INTERPRETATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Comme nous l'avons indiqué au début de cette note, l'application de la fonction de régression à l'étude de la fertilisation permet de prévoir l'effet de l'apport des engrais et de fixer les modalités de leur application à l'aide d'un certain nombre de paramètres, et, en particulier, des paramètres « a » et L, dont les valeurs réelles absolues constituent les bases mêmes des prévisions. En effet, dans cette méthode d'interprétation nous ne nous contentons plus, comme l'on procède dans le cas de l'interprétation « classique », de comparer d'une manière *qualitative* les résultats d'expériences et de déterminer le degré de leur probabilité, mais nous essayons par contre d'estimer d'une manière *quantitative* l'importance des modifications provoquées par le traitement, en opérant avec des chiffres. Dans ce cas, les valeurs absolues de ces paramètres doivent être calculées avec précision.

Nous avons vu dans les pages précédentes l'importance du coefficient de régression « b » pour l'établissement de ces paramètres. Ce coefficient « b » doit donc être calculé avec précision et certitude. Si les valeurs de la limite L paraissent peu affectées par les causes étrangères à l'expérience, celles du coefficient « b » et, par conséquent, celles du paramètre « a », sont par contre souvent très variables et parfois peu significatives. Or, la valeur réelle du coefficient de régression « b », ainsi que sa signification, sont en étroite liaison avec le coefficient de corrélation « r » :

$$b = r \cdot \frac{\sqrt{\text{variance } x \cdot \text{variance } y}}{\text{variance } x} \quad (\text{voir annexe})$$

$$t = r \cdot \frac{\sqrt{n - 2}}{\sqrt{1 - r^2}}$$

Il en résulte que pour pouvoir comparer les différentes valeurs de

« b » qui traduisent l'effet du traitement, il faut que les valeurs correspondantes du coefficient de corrélation « r » soient aussi proches que possible entre elles. Nous ne pouvons, en effet, comparer que des valeurs ayant le même degré de probabilité, d'autant plus que ce ne sont pas les valeurs relatives des chiffres qui nous intéressent, mais leurs valeurs absolues. Il est donc nécessaire que les coefficients de corrélation pour un essai donné ne soient pas significativement différents et, bien entendu, se rapprochent autant que possible de 1 ; autrement il restera toujours une incertitude quant à l'exactitude des résultats.

Plusieurs voies s'ouvrent alors pour résoudre ce problème de l'exactitude des résultats expérimentaux :

a) mise au point de la technique expérimentale adaptée au principe de l'hétérogénéité des sols comme base des études agropédologiques (disposition des parcelles, nombre des parcelles et des répétitions, grandeur et forme des parcelles) ;

b) meilleure utilisation du matériel végétal, notamment en évitant les pertes occasionnelles de graines, etc.

La mise en application et l'observation de ces règles élaborées au cours des études préalables nous permettront, sans doute, d'améliorer les résultats expérimentaux. Toutefois, on peut prévoir des cas, où, malgré l'observation de ces règles, les résultats obtenus ne seront pas satisfaisants. Ceci pourrait être provoqué par certaines causes occasionnelles qui peuvent altérer les résultats expérimentaux. Dans ce cas, on peut essayer d'apporter des corrections mathématiques en se basant sur les relations qui existent entre le coefficient de régression « b » et le coefficient de corrélation « r ».

يدرس المؤلف في هذا البحث خصائص واهمية التغيرات
 بالبرمتر، « معامل الانكماش »، « ب » والمفعول المحدد الاسمدة « أ »
 والقيمة المحددة « ل »، في الدراسة وشرح النتائج التجريبية لاختبار
 الارض

RÉSUMÉ

Dans la présente note, l'auteur étudie les caractères et l'importance des paramètres (coefficient de régression « b », effet spécifique des engrais « a » et valeur-limite L) pour l'étude et l'interprétation des résultats d'expériences sur la fertilisation.

RESUMEN

En este artículo el autor estudia los caracteres y la importancia de los parámetros (coeficiente de regresión « b », efecto específico de los abonos « a », y valor límite L) para el estudio y la interpretación de experimentos sobre los abonos.

J.P.B.

SUMMARY

In this note the author studies the characteristics and the importance of parameters (regression coefficient b, specific effect of fertilizers a, and limiting factor L) for the study and the interpretation of results in fertilizing experiments.

J.P.B.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 — BRYSSINE, G. — 1961. Fertilité naturelle du sol et efficacité des engrais. — *Al Awamia* 1, pp. 11-43, octobre.

TABLEAU I

Valeurs théoriques des récoltes des cultures traitées (y_1) en fonction de la fertilité naturelle des sols (x) et des valeurs du coefficient de régression b de l'équation :

$$y = a - bx$$

x (q/ha)				10	15	20	25	30
		L						
y ₁ y/ha	y ₁ = 40 - x (b = 2)	Rt.	y ₁	30	25	20	15	10
		Accr.	y	20	10	0	-10	-20
	y ₁ = 20 (b = 1)	Rt.	y ₁	20	20	20	20	20
		Accr.	y	10	5	0	-5	-10
	y ₁ = 10 + 0,5 x (b = 0,5)	Rt.	y ₁	15	17,5	20	22,5	25
		Accr.	y	5	2,5	0	-2,5	-5

N.B. : Sur les graphiques I a et I b, l'aire correspondant aux valeurs $x = 10$ et $x = 30$ est limitée par des perpendiculaires.

ANNEXE

Si C_{xy} = covariance de xy ,

V_x = variance de x ,

V_y = variance de y ,

X = moyenne des x ,

Y = moyenne des y ,

on peut déduire :

1° relation entre « b » et « r »

$$r = \frac{C_{xy}}{\sqrt{V_x \cdot V_y}} \quad \text{et} \quad b = \frac{C_{xy}}{V_x}$$

d'où :

$$C_{xy} = r \sqrt{V_x \cdot V_y} \quad \text{et} \quad b = r \frac{\sqrt{V_x \cdot V_y}}{V_x}$$

2° valeur des paramètres « a » et L en fonction de X , Y et « b »

$$\boxed{y = a + bx} \quad (\text{équation générale})$$

or : $y = Y + b(x - X) = Y + bx - bX = Y - bX + bx$

Si $y = 0$, l'équation précédente prend la forme de :

$$0 = Y - bX + bx$$

d'où :

$$bx = -Y + bX \quad \text{et} \quad x = L = -\frac{Y}{b} + \frac{b}{b} X = X - \frac{Y}{b}$$

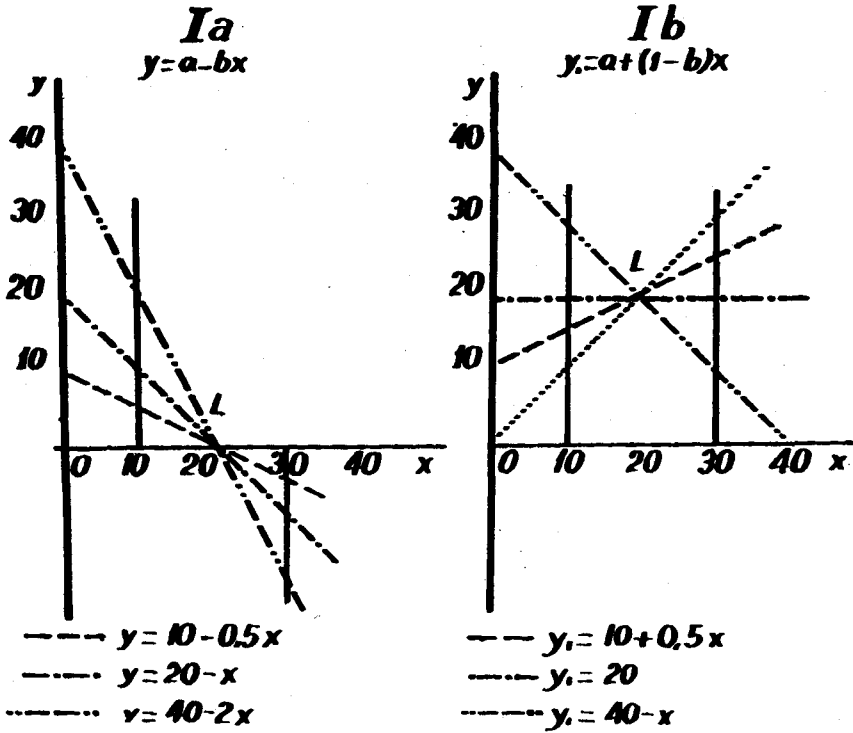
Si $x = 0$, l'équation générale prend la forme de :

$$y = a = Y - bX$$

Si le coefficient de régression « b » est négatif ($y = a - bx$)

$$L = X + \frac{Y}{b} \quad \text{et} \quad a = Y + bX$$

Graphique I : Fonction de régression linéaire



Graphique II : Relation entre a et b

